CORRESPONDANCE
SUR
L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

N°. 2. *Fructidor an XII.*

§. I. TRAVAUX DE L'ÉCOLE.

MÉMOIRE SUR LE CONTACT DES SPHÈRES.

J'ai réuni dans ce mémoire les recherches faites à l'Ecole Polytechnique sur les sphères qui se touchent; il est divisé en sept questions; les solutions de ces questions n'exigent que des considérations avec lesquelles ceux qui ont étudié la géométrie descriptive sont déja familiers. Supposant le lecteur habitué à lire dans l'espace, j'ai cru pouvoir supprimer les figures, et suppléer par des caractères aux dessins géométraux: ainsi, pour désigner des plans, des sphères ou des points remarquables, je me suis servi de lettres disposées de manière à indiquer leurs positions respectives; cette notation a l'avantage de rendre les explications plus concises et de présenter les mêmes objets plus souvent, en évitant les répétitions de mots.

HACHETTE.

PREMIER PROBLÈME.

Mener un plan tangent à trois sphères données (1).

Ce problême a huit solutions; en effet, si on conçoit les six cônes extérieurs et intérieurs, qui touchent les trois sphères données

(1) C'est-à-dire, ayant leurs sommets placés au-delà des centres des sphères touchées, ou entre ces mêmes centres.

prises deux à deux, le plan tangent à deux quelconques de ces cônes sera aussi tangent aux sphères, or on ne peut mener ce plan que de huit manières différentes. Pour le prouver, nommons S, S', S'' les sommets des cônes circonscrits et extérieurs; s, s', s'' les sommets des cônes circonscrits et intérieurs. Les sommets de ces cônes sont trois à trois en ligne droite, car ils sont à-la-fois sur le plan des centres des sphères données et sur le plan qui les touche; donc ils sont sur la droite intersection de ces plans (1); or, dans les combinaisons de ces six sommets trois à trois, il faut exclure, 1°. celles ou entrent S et s, S' et s', S'' et s'', parce que le même plan ne peut pas toucher à-la-fois les cônes circonscrits aux deux mêmes sphères; 2°. celles où il entre un des trois sommets s, s', s'' avec deux des trois sommets S, S', S'', parce que le plan qui touche deux quelconques des trois cônes extérieurs, touche nécessairement le troisième; 3°. enfin la combinaison s, s', s'', parce que le plan qui touche deux cônes intérieurs, touche nécessairement un extérieur; donc les combinaisons des sommets pris trois à trois se réduisent aux quatre suivantes : $S\ S'\ S'' \equiv Ss'\ s''$ $S'\ ss'' \equiv S''\ ss'$; or, par l'une des quatre droites que chacune de ces combinaisons détermine, on ne peut faire passer que deux plans tangens aux cônes circonscrits; donc par les quatre droites on ne peut mener que huit plans tangens aux sphères données; maintenant pour résoudre le problème proposé, on déterminera les sommets des cônes circonscrits aux sphères, et par chacune des quatre droites sur lesquelles les sommets seront placés, on mènera des plans tangens à l'une quelconque des trois sphères données, et ces plans les toucheront toutes trois en même tems.

DEUXIÈME PROBLÈME.

On demande en combien de manières on peut placer une sphère d'un rayon donné, pour qu'elle touche les autres sphères dont les centres et les rayons sont aussi donnés?

Soient a, b, c les rayons des sphères touchées et t le rayon de la sphère tangente; lorsque deux sphères se touchent, la distance de leurs centres est égale à la somme ou à la différence de leurs rayons; d'où il suit que le centre de la sphère tangente aux trois sphères données est le point commun à trois de six sphères dont les centres et les rayons sont connus; nommant A, B, C les sphères touchées, le centre de la sphère qui leur est tangente est sur une des deux sphères a', a'' concentriques à A, et ayant pour rayons l'une $t + a$, l'autre $t - a$; par la même raison, il est sur une des deux sphères b', b'', concentriques à B, qui ont pour rayons l'une

(1) Voyez la Géométrie descriptive de Monge, paragraphe 44.

$t + b$, l'autre $t - b$; enfin il est sur une des deux sphères c', c'' concentriques à C et de rayons $t \pm c$; d'où il suit que ce point est à l'intersection de trois des six sphères a', a'', b', b'', c', c''; or en excluant des combinaisons de ces six sphères prises trois à trois, celles où il entre a' a'', b' b'', c' c'', parce que des sphères concentriques ne peuvent pas se couper, ces combinaisons se réduisent aux huit suivantes : 1°. a' b' c'; 2°. a' b' c''; 3°. a' b'' c'; 4°. a' b'' c''; 5°. a'' b' c'; 6°. a'' b' c''; 7°. a'' b'' c'; 8°. a'' b'' c'' De plus chaque système de trois sphères qui se coupent, détermine par leur intersection deux points; donc les huit systèmes donneront seize points pour le centre de la sphère du rayon t; donc on peut placer une sphère d'un rayon donné dans seize positions différentes, de manière que dans chacune elle touche trois sphères dont les centres et les rayons sont aussi donnés; ces seize positions se réduisent à huit, lorsque la sphère touchante est d'un rayon infini, c'est-à-dire, lorsqu'elle devient surface plane, car dans ce cas les trois sphères des huit combinaisons se réduisent à trois plans, qui ne peuvent avoir qu'un point commun.

TROISIÈME PROBLÈME.

Une sphère variable de rayon se meut en touchant constamment trois sphères fixes données de grandeur et de position; on demande la nature de la courbe formée sur chacune des sphères fixes par la suite de ses points de contact avec la sphère mobile?

Soient comme précédemment A, B, C les sphères fixes et a, b, c leurs rayons, T la sphère mobile et t son rayon; on a prouvé que la sphère mobile pouvoit toucher les trois sphères fixes dans seize positions différentes. Considérons-la dans une de ces positions, dans celle, par exemple, où les distances des centres des sphères touchées A, B, C et du centre de la sphère touchante sont $a + t$, $b + t$, $c + t$, et supposons que son rayon changeant et devenant t', ces distances deviennent successivement $a + t'$, $b + t'$, $c + t'$, puis $a + t''$, $b + t''$, $c + t''$, etc., on aura ainsi une suite de sphères T, T', T'', etc., de rayons t, t', t'', etc., qui toucheront les sphères fixes A, B, C, chacune en une suite de points, il s'agit de trouver la nature de la courbe formée par cette suite de points de contact; cette courbe est un cercle, et pour le prouver, nous nous servirons des deux propositions suivantes.

Première proposition.

Les plans menés par les trois points de contact de chacune des sphères T, T', T'', etc., tangentes aux sphères fixes A, B, C, concourent en une seule et même droite située dans le plan qui passe par les centres des trois sphères fixes.

Deuxième proposition.

Les six points de contact de deux quelconques des sphères T, T', T'', etc., sur les trois sphères fixes peuvent être placés sur une même surface sphérique, quoiqu'en général quatre points déterminent le centre et le rayon d'une sphère.

Pour démontrer ces deux propositions, il sera bon de rappeler quelques propriétés du cercle considéré sur un plan.

1°. Deux cercles X et Y étant touchés par un troisième Z, la droite qui joint les deux points de contact E, F, coupe la droite XY menée par les centres des cercles touchés, en un point qui ne change pas, lors même que le cercle tangent Z varie, car les deux lignes OE, OF sont dans le rapport constant des deux rayons XE et $YH = YF$.

2°. Deux droites Ot, Oe menées par le point O, coupent les deux cercles X et Y en quatre points t, e, t', e' qui peuvent être placés sur une même circonférence, parce que les deux triangles Ote, $Ot'e'$ étant semblables, les droites te, $t'e'$ sont ou parallèles ou cordes d'un même cercle.

Désignons par A_T le point de contact de la sphère T avec la sphère A, et de même par B_T, C_T les points de contact avec les sphères B et C; les points de contact d'une autre sphère T' avec les mêmes sphères A, B, C seront $A_{T'}$, $B_{T'}$, $C_{T'}$; avec une autre sphère T'', ils seront $A_{T''}$, $B_{T''}$, $C_{T''}$, et ainsi de suite; il s'agit de prouver que les plans déterminés par les points A_T, B_T, C_T, ou $A_{T'}$, $B_{T'}$, $C_{T'}$ ou $A_{T''}$, $B_{T''}$, $C_{T''}$, etc., passent par une seule et même droite située dans le plan qui passe par les centres des trois sphères A, B, C, centres que nous désignerons de la manière suivante : (A) (B) (C).

La droite qui joint les deux points de contact A_T, B_T, de la sphère T avec les sphères A et B, coupe la droite $(A)(B)$ en un point; la droite $A_T C_T$ coupe la droite $(A)(C)$ en un second point, enfin la droite C_T, B_T coupe la droite $(C)(B)$ en un troisième point; ces trois points se trouvent sur le plan des centres (A), (B), (C), et sur le plan des trois points de contact A_T, B_T, C_T, donc ils sont sur une seule et même ligne droite; or, cette droite est aussi indépendante de la sphère tangente T, que le point O (fig. 1) est indépendant du cercle tangent Z; donc quelle que soit la sphère qui touche les trois sphères A, B, C, le plan des trois points de contact passe par une doite unique située dans le plan des trois centres (A), (B), (C); nous indiquerons cette droite par la lettre L.

Passons maintenant à la deuxième proposition : T et T' étant deux sphères quelconques tangentes aux trois sphères fixes A, B, C, il faut prouver que les six points de contact A_T, B_T, C_T, $A_{T'}$, $B_{T'}$, $C_{T'}$, peuvent être placés sur une même sphère; on remar-

quera d'abord que quatre de ces six points étant pris dans l'ordre suivant, A_T, B_T, $A_{T'}$, $B_{T'} \equiv B_T$, C_T, $B_{T'}$, $C_{T'} \equiv C_T$, A_T, $C_{T'}$, $A_{T'}$, ils sont placés sur une même circonférence de cercle ; car les droites $A_T B_T$, $A_{T'} B_{T'}$ concourent en un même point de la droite (A), (B) ; donc elles sont dans un même plan ; or les cercles d'intersection des sphères A et B par ce plan sont tels que la droite qui joint leurs centres, concourt au point de la droite (A) (B), où se coupent les droites $A_T B_T$, et $A_{T'} B_{T'}$; donc les quatre points A_T, B_T, $A_{T'}$, $B_{T'}$ sont placés de la même manière que les quatre points t, e, t', e' (fig. 1) ; donc ils sont comme eux sur une même circonférence ; on dira la même chose des deux autres combinaisons B_T, C_T, $B_{T'}$, $C_{T'}$ et C_T, A_T, $C_{T'}$, $A_{T'}$; mais une sphère menée par quatre points pris sur l'une de ces circonférences et un cinquième point pris au dehors, passera nécessairement par le sixième point ; donc les six points de contact peuvent appartenir à une même surface sphérique ; désignons cette sphère par la lettre S.

Nous allons déduire des deux propositions qui viennent d'être démontrées la solution du problème proposé.

La sphère S coupe les trois sphères A, T, T' suivant trois cercles dont le premier est tangent aux deux autres, puisque la sphère A est touchée par les deux sphères T et T' ; de plus elle coupe les sphères T et T', la première suivant un cercle qui passe par les trois points A_T, B_T, C_T ; la seconde suivant un cercle qui passe par les trois points $A_{T'}$, $B_{T'}$, $C_{T'}$; donc les tangentes communes à ces cercles et au cercle d'intersection des deux sphères S et A sont dans les plans de ces trois points ; mais on a démontré que ces plans passent par une même droite L située dans le plan des centres (A), (B), (C) ; donc les deux tangentes des cercles d'intersection de la sphère S et des sphères T et T' passent par la droite L, mais elles sont aussi dans le plan du cercle d'intersection des deux sphères S et A ; donc elles passent par le point d'intersection de ce plan et de la droite L, et parce que ce point ne varie pas, lorsque la sphère T' varie et devient T'', T''', etc., les tangentes aux cercles d'intersection des sphères S avec la sphère A forment une surface conique droite circonscrite à la sphère A ; or, la base de ce cône droit est le lieu des points de contact A_T, $A_{T'}$, $A_{T''}$, etc. ; donc ces points appartiennent à un cercle tracé sur la sphère A, dont le plan est perpendiculaire à celui des trois centres (A), (B), (C).

QUATRIÈME PROBLÈME.

On demande la courbe parcourue par le centre d'une sphère mobile assujettie à toucher constamment trois sphères fixes ?

Solution. La courbe demandée est une section conique ; d'abord elle est sur un des cônes droits qui ont pour sommet le centre d'une sphère fixe, et pour base la courbe formée par les points de

contact de cette sphère fixe avec la sphère mobile ; de plus elle est dans un plan perpendiculaire à la droite L, qui passe par les sommets des cônes circonscrits extérieurement aux sphères données ; en effet tout plan passant par cette droite coupe les sphères fixes et la sphère mobile suivant quatre cercles dont le quatrième est tangent aux trois premiers. Si par les centres de deux quelconques de ces quatrièmes cercles, on élève des perpendiculaires aux plans qui les contiennent, ces perpendiculaires se rencontreront, parce que les deux cercles appartiennent à une même sphère, et elles seront dans le même plan, parce qu'elles sont parallèles à un autre plan perpendiculaire à la droite L ; donc elles seront les tangentes de la courbe parcourue par le centre de la sphère mobile ; donc cette courbe est plane et par conséquent une section conique dont le plan est perpendiculaire à la droite qui passe par les sommets des cônes circonscrits extérieurement aux sphères données.

CINQUIÈME PROBLÈME.

Déterminer les lignes de courbure de la surface courbe enveloppe de l'espace parcouru par une sphère qui se meut en touchant constamment trois sphères fixes (1).

Euler avoit trouvé que l'expression du rayon de courbure d'une courbe plane passant par un point d'une surface courbe, avoit deux valeurs, l'une *maximum* et l'autre *minimum*, et que les rayons de courbure correspondans à ces deux valeurs appartenoient à des courbes dont les plans étoient normaux à la surface et perpendiculaires entre eux. Cette découverte fut suivie d'une autre beaucoup plus importante dans la théorie des surfaces courbes. Monge fit voir qu'à partir d'un point quelconque d'une surface, on pouvoit y tracer deux lignes qui se coupent à angle droit, et qui jouissent de cette propriété caractéristique, *que les normales à la surface le long de ces lignes forment une surface développable, dont l'arête de rebroussement est le lieu des centres des sphères qui ont, avec la surface, le contact le plus immédiat* Pour distinguer ces courbes de toutes celles qu'on peut tracer sur la surface, il les a nommées *lignes de courbure*. La nature de ces lignes dépend de celle de la surface sur laquelle elles sont tracées ; en général elles sont à double courbure ; dans le cas particulier qu'il s'agit d'examiner, elles sont circulaires et les plans qui contiennent ces cercles passent par une même droite.

Si l'on conçoit une surface avec toutes ses lignes de courbure, on en distinguera deux séries, et on verra toutes les lignes de la première série coupées à angles droits par celles de la deuxième ; or

(1) La solution de ce problème a été donnée par M. Dupin, ingénieur-constructeur de vaisseaux.

lorsqu'une surface est l'enveloppe de l'espace parcouru par une sphère mobile, les lignes de courbure d'une des séries sont nécessairement des cercles ; en effet deux sphères consécutives correspondant à deux positions infiniment voisines de la sphère mobile ont un cercle commun, et ce cercle est tout entier sur l'enveloppe ; or, les normales menées à l'enveloppe le long du cercle ont pour point de concours le centre de la sphère mobile ; donc elles forment une surface conique, et par conséquent une surface développable ; donc le cercle commun à deux positions consécutives de la sphère mobile est une des lignes de courbure ; réciproquement lorsque les surfaces normales suivant les lignes de courbure sont des cônes, la surface à laquelle ces lignes appartiennent est l'enveloppe de l'espace parcouru par une sphère. Ainsi dans la surface qu'on considère, les lignes de courbure d'une des séries sont des cercles ; nous allons faire voir que les lignes de courbure de l'autre série sont encore des cercles.

Qu'on conserve sur la surface enveloppe tous les cercles qui forment la première série des lignes de courbure, et qu'on mène par chacun de ces cercles un cône normal à la surface, tous ces cônes seront coupés par le plan des centres des trois sphères fixes suivant la même courbe du second degré. Pour démontrer cette proposition, dont la précédente est une conséquence, nous allons employer les dénominations adoptées pour la résolution des problèmes précédens.

Les cercles qui servent de bases aux cônes normaux de l'enveloppe, passent l'un par les trois points A_T, B_T, C_T, l'autre par A_T', B_T', C_T', un autre par A_T'', B_T'', C_T'', et ainsi de suite ; or, sur chaque cône normal il y a trois arêtes telles que $(A)A_T, (B)B_T, (C)C_T$, qui passent par les centres des sphères fixes et les points de contact de celles-ci avec la sphère mobile, donc les trois centres $(A), (B), (C)$ sont sur la ligne suivant laquelle les cônes normaux sont coupés par le plan de ces trois centres ; de plus les plans tangens aux cônes normaux le long des arêtes $(A)A_T, (A)A_T', (A)A_T''$, etc. ont une trace commune sur le plan des centres des sphères fixes ; car les tangentes à leurs bases $A_T B_T C_T$ (T étant quelconque) aux points A_T, A_T', A_T'', etc., passent par un même point de la ligne L située dans le plan des centres ; donc tous les plans tangens aux points A_T, A_T', A_T'', passeront par la droite qui joint ce point et le centre de la sphère A, et cette droite en sera la commune trace.

On prouvera de la même manière que tous les plans tangens aux points B_T, B_T', B_T'', etc., ainsi qu'aux points C_T, C_T', C_T'', etc., ont une trace commune sur le plan des trois centres $(A), (B), (C)$; d'où il suit que la ligne suivant laquelle des cônes normaux à l'enveloppe le long des cercles $A_T B_T C_T, A_T' B_T' C_T'$, etc., sont coupés par le plan des cercles des sphères fixes, est assujettie à

passer par trois points (A), (B), (C) et à être touchée aux mêmes points par trois droites données ; or ces cinq conditions déterminent entièrement une section conique ; donc tous les cônes normaux à l'enveloppe le long des premières lignes de courbure passent par une même ligne du second ordre tracée dans le plan des trois cercles (A), (B), (C) ; donc chaque point de cette dernière ligne est le pied d'une infinité de normales ; donc la surface qu'on considère peut encore être l'enveloppe de l'espace parcouru par une sphère dont le centre se meut sur la ligne du second degré, intersection commune des cônes normaux le long des premières lignes de courbure ; d'où il suit que les cercles communs à deux positions consécutives de la nouvelle sphère mobile sont les secondes lignes de courbure ; il est donc démontré que toutes les lignes de courbure de la surface proposée sont des cercles.

On peut déduire de ces recherches sur les lignes de courbure, la solution des troisième et quatrième problèmes ; en effet l'enveloppe de l'espace parcouru par une sphère qui touche constamment trois sphères fixes pouvant être engendrée par une sphère mobile de deux manières différentes, en nommant S, S', S'', etc., les sphères tangentes aux trois sphères fixes qui appartiennent au premier mode de génération, s, s', s'', etc., les sphères qui appartiennent au second mode de génération, les sphères S, S', S'' sont tangentes à l'enveloppe suivant la première série des lignes de courbure, les sphères s, s', s'' sont tangentes à la même enveloppe suivant la seconde série de ces lignes ; or, une des lignes de courbure de la première série coupe toutes les lignes de courbure de la deuxième, et réciproquement ; donc une sphère quelconque de l'un des deux systèmes touche toutes les sphères de l'autre système ; d'où il suit que l'enveloppe commune des sphères S, S', S'', etc., et s, s', s'', etc., peut être engendrée par une sphère mobile qui touche trois sphères fixes prises ou dans la série S, S', S'', ou dans la série s, s', s'', etc., donc les propriétés de l'enveloppe résultante de l'une des deux générations s'appliqueront également à l'autre ; or, les centres des sphères s, s', s'', etc. ; sont situés sur une courbe plane du deuxième degré ; donc les centres des sphères S, S', S'', etc., appartiennent à une courbe de même espèce.

De quelques propriétés de la courbe parcourue par le centre d'une sphère mobile qui touche constamment trois sphères fixes.

La suite des points de contact des sphères s, s', s'', etc., avec une quelconque des sphères S, S', S'' est un cercle, et la surface normale à l'enveloppe des sphères le long de ce cercle est un cône qui passe par la courbe, lieu des centres des sphères s, s', s'', etc. ; or le rayon des sphères S, S', S'', etc., allant toujours en augmentant, il y a une de ces surfaces qui devient un plan ; donc la suite des

points de contact des sphères s, s', s'', etc., avec ce plan est un cercle, et la surface normale suivant ce cercle de conique devient cylindrique; mais la courbe des centres des sphères s, s', s'', etc., est à-la-fois sur toutes les surfaces normales; donc elle peut être considérée comme l'ellipse résultante de l'intersection d'un cylindre droit par un plan.

Les plans des cercles qui sont les lignes de courbure de l'enveloppe situées sur les sphères S, S', S'', etc., passent par une même droite tracée sur le plan de la courbe des centres des sphères s, s', s'', etc.; or le plan de la courbe qui contient les centres des sphères S, S', S'', etc., est perpendiculaire aux plans des lignes de courbure situées sur ces sphères; donc il est perpendiculaire à la droite par laquelle ils passent, et par conséquent au plan de la courbe formée par les centres des sphères, s, s', s'', etc.

D'où il suit que la surface enveloppe de l'espace parcouru par une sphère qui touche trois sphères fixes, peut être engendrée par une sphère de deux manières différentes, et que les plans des courbes du second degré, parcourues par le centre de la sphère mobile dans les deux modes de génération, sont perpendiculaires entre eux.

Si on considère deux sphères prises dans la série, s, s', s'', etc., elles toucheront une quelconque des sphères S, S', S'', etc.; soient r et r' les rayons des sphères touchantes et R le rayon de la sphère touchée, a et a' les distances de leurs centres, on aura $d = r + R$ $d' = r' + R$ donc $d - d' = r - r'$, équation indépendante de la sphère touchée dont le rayon est R; d'où il suit que deux points quelconques de la courbe qui contient les centres des sphères, s, s', s'', etc., peuvent être considérés comme les foyers de la courbe qui contient les centres des sphères, S, S', S'', etc. *et que les véritables foyers de cette dernière courbe sont aux points d'intersection de son plan, avec la courbe qui contient les centres des sphères* s, s', s'', etc.

Considérant deux sphères dans la série S, S', S'', etc., elles toucheront une quelconque des sphères, s, s', s''; soient encore R et R' les rayons des sphères touchantes et r celui de la sphère touchée; D, D' les distances de leurs centres, on aura $D = R + r$, $D' = R' - r$; donc $D + D' = R + R'$, équation indépendante de la sphère touchée dont le rayon est r; d'où il suit que deux points quelconques pris sur les deux branches de la courbe qui contient les centres des sphères, S, S', S'', etc., peuvent être considérés comme les foyers de la courbe qui contient les centres des sphères s, s', s'', etc., et que les véritables foyers de cette dernière courbe sont aux points d'intersection de son plan avec la courbe qui contient les centres des sphères S, S', S'', etc., *donc les foyers des deux courbes* lieux des centres des sphères S, S', S'', etc., et s, s', s'', etc., sont sur la droite intersection des plans qui les contiennent, et les sommets de l'une d'elles sont les foyers de l'autre.

SIXIÈME PROBLÈME.

Mener un cercle tangent à trois cercles donnés (1)?

Les cercles donnés étant considérés comme les grands cercles de trois sphères, la question proposée revient à celle-ci.

Trouver parmi les sphères tangentes à trois sphères données celle qui a son centre dans le même plan que les centres des sphères touchées?

Ces deux questions étant les mêmes, elles ont le même nombre de solutions; or pour la dernière le nombre est huit; en effet soient A, B, C, les trois sphères données, la sphère tangente à l'une d'elles peut la toucher intérieurement et extérieurement, qu'on désigne celles qui les touchent toutes trois intérieurement et extérieurement, la première par *Ai Bi Ci*, et la seconde par *Ae Be Ce*, les autres sphères seront, d'après la même notation, désignées de la manière suivante : *Ai Bi Ce*, *Ai Ci Be*, *Ai Be Ce*, *Ae Be Ci*, *Ae Ce Bi*, *Ae Bi Ci*; et comme la même sphère ne peut pas toucher à la fois intérieurement et extérieurement, et que par conséquent il n'y a pas de sphère tangente dont la désignation puisse comprendre les deux signes *Ai Ae* ou *Bi Be* ou *Ci Ce*, toutes les sphères tangentes aux trois sphères A, B, C, et ayant leurs centres dans le plan des centres de ces derniers, sont au nombre de huit; d'où il suit que le problème proposé a aussi huit solutions.

Toutes les sphères *Ai Bi Ci* et *Ae Be Ce* tangentes intérieurement et extérieurement aux sphères A, B, C, ont leurs centres sur une même courbe du deuxième degré; en effet, nommant r le rayon d'une sphère quelconque *Ai Bi Ci*; d, d', d'' les distances de son centre aux centres des sphères A, B, C, dont les rayons sont a, b, c, on a $d = r - a$, $d' = r - b$, $d'' = r - c$; donc $d' - d = a - b$, $d'' - d' = b - c$, $d'' - d = a c$; ce qui indique que les centres des sphères *Ai Bi Ci* se trouvent à la fois sur trois hyperboloïdes de révolution et par conséquent sur une courbe qui leur est commune; or les sphères *Ae Be Ce* ont leurs centres sur la même courbe, car nommant R le rayon de l'une quelconque d'elles, $\mathcal{A}$, $\mathcal{A}'$, $\mathcal{A}''$ leurs distances aux centres des sphères A, B, C, on a ainsi $\mathcal{A} = R + a$, $\mathcal{A}' = R + b$, $\mathcal{A}'' = R + c$; donc $\mathcal{A} - \mathcal{A}' = a - b$, $\mathcal{A}' - \mathcal{A}'' = b - c$, $\mathcal{A} - \mathcal{A}'' = a - c$; donc les sphères *Ae Be Ce* ont leurs centres sur les mêmes hyberboloïdes de révolution que les sphères *Ai Bi Ci*, et par conséquent sur les mêmes courbes; et comme on a démontré que cette courbe étoit

(1) Voyez la solution analytique de ce problème, 1°. Arithmétique universelle de Newton, traduction de N. Bandeux, in-4°., 1er. vol., pag. 204; 2°. Mémoires de l'académie de Pétersbourg, année 1788, l'un de L. Euler, et l'autre de N. Fuss.

plane, que d'ailleurs elle est infinie, puisque la sphère tangente peut devenir un plan, il s'ensuit qu'elle est une hyperbole.

Les sphères tangentes *Ai Bi Ce* et *Ae Be Ci* ont par la même raison leurs centres sur la même hyperbole; pour une quelconque des premières, on a $d = r - a$, $d' = r - b$, $d'' = r + c$, pour une quelconque des secondes, on a $\delta = R + a$, $\delta' = R + b$, $\delta'' = R - c$; donc; $d' - d = \delta - \delta'$, $d'' - d' = \delta' - \delta''$, $d''' - d = \delta - \delta''$; donc les centres des huit sphères demandées sont placés sur quatre hyperboles.

Mais on vient de démontrer pour l'une de ces hyperboles, que les points de cette courbe situés dans le plan mené par les centres des sphères touchées en étoient les sommets : il en est de même pour les trois autres hyperboles; donc les huit sommets des quatre hyperboles sont les centres des sphères demandées, et les considérations d'après lesquelles on déterminera l'un de ces sommets, s'appliqueront également à la recherche des sept autres.

Qu'on se représente toutes les sphères *Ae Be Ce* tangentes aux sphères fixes *A*, *B*, *C*, l'hyperbole lieu des centres de ces sphères tangentes, le cercle lieu de leurs points de contact avec les sphères touchées, et enfin la droite (*L*) qui passe par les sommets des cônes circonscrits à ces sphères fixes; le plan de l'hyperbole est perpendiculaire à la droite *L* et par conséquent au plan des centres *A*, *B*, *C* qui renferme cette droite; le cercle lieu des points de contact est aussi dans un plan perpendiculaire à celui des centres, donc si après avoir déterminé la droite *L*, on trouve 1°. le centre d'une des sphères *Ae Be Ce*, dont le rayon aura été pris à volonté; 2°. le point de contact de cette sphère avec l'une quelconque des trois sphères *A*, *B*, *C*, ces deux points serviront à déterminer le centre de la sphère cherchée; par le premier point centre de la sphère *Ae Be Ce* on mènera un plan perpendiculaire à la droite *L*, qui sera celui de l'hyperbole; ce plan coupera le plan des centres *A B C* suivant une droite qui contiendra les centres du cercle cherché; par le deuxième point on mènera un plan tangent à la sphère sur laquelle il est situé, soit cette sphère celle dont le centre est *A*; ce plan coupera la droite *L* en un point par lequel on mènera une tangente au grand cercle donné qui a son centre en *A*; on joindra le point de contact et le centre de ce grand cercle par une droite qui contiendra encore le centre du cercle cherché; on aura donc deux droites dont chacune devra contenir le centre, donc sa position sera déterminée; ce centre ainsi que les sept autres qu'on trouveroit de la même manière, sont placés sur quatre droites perpendiculaires à celles (voyez problème premier) qui contiennent les sommets des cônes inscrits et circonscrits aux sphères, dont les trois cercles donnés seroient les grands cercles.

SEPTIÈME PROBLÈME.

Mener une sphère tangente à quatre sphères données.

Solution : Soient A, B, C, D les quatre sphères données ; considérant d'abord trois de ces sphères, par exemple, A, B, C, on déterminera les quatre courbes du deuxième degré qui contiennent les centres de toutes les sphères qui leur sont tangentes et les quatre cercles suivant lesquels ces sphères touchent chacune des trois sphères A, B, C.

Combinant ensuite deux des trois sphères précédentes, A et B par exemple, avec la troisième D, on déterminera les quatre cercles de contact de chacune des trois sphères A, B, D, avec toutes les sphères qui peuvent la toucher ; supposons ces cercles connus sur la sphère A ; chacun d'eux coupera les quatre cercles trouvés par la première combinaison sur la même sphère A, en deux points ; d'où il suit qu'il y aura 32 points de contact possibles entre une quelconque des quatre sphères A, B, C, D et une cinquième sphère qui les touche toutes quatre.

Les quatre courbes du second degré, lieux des centres des sphères tangentes aux trois sphères A, B, D, auront aussi 32 points communs avec les quatre courbes qui contiennent les centres des sphères tangentes aux trois sphères A, B, C ; ayant trouvé ces points, on aura les centres des sphères cherchées et un point par lequel chacune de ces sphères doit passer ; donc elles seront entièrement déterminées. Cette solution fait voir que quatre sphères peuvent être touchées par une cinquième sphère de 32 manières différentes.

Résumé des proportions démontrées dans ce mémoire sur le contact des sphères.

1°. Un plan peut toucher trois sphères données de huit manières différentes.

2°. Une sphère d'un rayon déterminé peut toucher trois sphères données de seize manières différentes.

3°. Lorsqu'une sphère variable de rayon se meut en touchant constamment trois sphères fixes données de grandeur et de position, la courbe formée sur chacune des sphères fixes par la suite de ses points de contact avec la sphère mobile est un cercle, et la ligne parcourue par le centre de cette dernière sphère est une section conique.

4°. Toutes les lignes de courbure de la surface enveloppe de l'espace parcouru par une sphère qui se meut en touchant trois sphères fixes, sont des cercles, en sorte que cette enveloppe peut être engendrée par une sphère mobile de deux manières différentes ; les courbes parcourues par le cercle de la sphère mobile dans

les deux systèmes de génération sont des lignes du second degré telles, que les foyers de l'une sont les sommets de l'autre (mémoire de M. Dupin).

5°. Trois cercles donnés dans un plan peuvent être touchés par un quatrième cercle de huit manières différentes.

6°. Quatre sphères peuvent être touchées par une cinquième sphère de 32 manières différentes.

DES SURFACES DU SECOND DEGRÉ,

PAR M. LIVET, RÉPÉTITEUR A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

Euler a, le premier, traité des surfaces du second degré dans son livre *Introductio in analysin*, traduit en français par M. Labey; il a fait voir que toutes les formes sous lesquelles ces surfaces se présentoient, pouvoient se réduire à cinq, qu'elles avoient un centre; trois axes principaux rectangulaires; il a indiqué le cas dans lequel le centre s'éloigne à l'infini. MM. Monge et Hachette ont démontré (Journal de l'Ecole, n°. XI) que toutes les surfaces du second degré pouvoient être engendrées par un cercle variable de rayon et constamment parallèle à un même plan, et que quelques-unes d'entre elles pouvoient l'être par une droite mobile assujettie à s'appuyer sur trois droites fixes; les propriétés suivantes de ces surfaces ne sont pas moins remarquables par leur analogie avec celles qui sont déja connues pour les courbes du même degré.

Première proposition. Si on prend arbitrairement deux des diamètres conjugués et à volonté un des axes principaux, le parallélipipède construit sur ces trois droites sera équivalent à celui que l'on formeroit en prenant pour arêtes contigues les deux axes principaux restans, et celui des trois diamètres conjugués qui n'a pas été employé à la construction du premier parallélipipède.

Soit l'équation de la surface rapportée à ses trois axes principaux $2a$, $2b$, $2c$,

$$a^2b^2z^2 + a^2c^2y^2 + b^2c^2x^2 = a^2b^2c^2$$

nommant a', b', c', les trois diamètres conjugués, T, T', T'' les angles que le plan des deux diamètres a', b' forme avec les plans des xy, xz et yz, V l'angle de ces deux diamètres, X'', Y'', Z'' les angles du diamètre c' avec les axes des x, des y, des z, M. Livet démontre la vérité des équations suivantes :

$$c\,a'\,b'\,\cos T \sin V = c'\,ab\,\cos Z'',$$
$$b\,a'\,b'\,\cos T' \sin V = c'\,ac\,\cos Y'',$$
$$a\,a'\,b'\,\cos T'' \sin V = c'\,bc\,\cos X'',$$

Considérant la première de ces équations, il remarque que $a'\,b'\sin V$ est la surface du parallélogramme qui a pour côtés contigus a' et b'; que $c\cos T$ est la perpendiculaire abaissée de l'extrémité de l'axe c sur le plan de ce parallélogramme; d'où il suit, que $ca'b'\cos T \sin V$ exprime le volume d'un parallélipipède construit sur a', b' et c comme arêtes contigues; d'un autre côté $c'\,ab\cos Z''$

est l'expression du volume du parallélipipède construit sur les trois droites a, b, c'; donc ces deux parallélipipèdes sont égaux, ce qui est l'énoncé de la première proposition; les deux autres équations donneroient lieu à des conclusions semblables.

Deuxième proposition. Le parallélipipède construit sur les trois diamètres conjugués est équivalent à celui que l'on formeroit sur les trois axes.

Cette proposition est comprise dans l'équation suivante :
$a'b'c' \sin V \sin\theta = abc$, θ étant l'angle du diamètre c' avec le plan des deux autres diamètres a' et b'.

Troisième proposition. Si de l'extrémité d'un des diamètres conjugués, on abaisse sur le plan des deux autres une perpendiculaire, le carré de cette ligne sera égal à la somme des carrés des trois perpendiculaires abaissées des extrémités des trois axes principaux sur le même plan.

L'équation suivante démontre la vérité de cette proposition :
$c'^2 \sin^2\theta = a^2 \cos^2 T'' + b^2 \cos^2 T' + c^2 \cos^2 T$.

Quatrième proposition. La somme des carrés des trois diamètres conjugués est égale à la somme des carrés des trois axes.

Cette proposition est la traduction de l'équation suivante :
$a'^2 + b'^2 + c'^2 = a^2 + b^2 + c^2$.

Parmi les propriétés des surfaces du second degré, il en est une que Monge a donnée depuis longtems dans ses leçons, et qu'il n'a pas encore publiée; il a d'abord démontré que le sommet d'un angle droit, dont les côtés se meuvent en touchant constamment une ellipse, décrivoit un cercle, et il en a conclu que le point d'intersection de trois plans rectangulaires qui se meuvent en touchant continuellement une ellipsoïde, décrivoit une surface sphérique concentrique à la surface du second degré.

LIVRES PUBLIÉS PAR D'ANCIENS ÉLÈVES

DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

Traité analytique des courbes et des surfaces du deuxième degré, par J.-B. Biot.

Traité élémentaire de minéralogie, suivant les principes de Werner, par Brochant.

Traité élémentaire de mécanique, par L. B. Francœur.

Essais de géométrie analytique, par Lefrançois.

Elémens de statique, par Louis Poinsot.

Fragmens sur l'algèbre et la trigonométrie, précédés du programme d'un cours complet de mathématiques. — Introduction à l'algèbre. — Notes sur l'arithmétique de Bezout. — Cours à l'usage des ingénieurs du cadastre, 3 vol. in-8°. — Notes sur la géométrie de Bezout. — Application de l'algèbre à la géométrie. — *Traité* d'algèbre, en 2 vol. (ces trois derniers ouvrages sont sous presse) par A.-A.-L. Reynaud.

NOUVEAUX INSTRUMENS

ACQUIS POUR LE CABINET DE PHYSIQUE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE.

Appareil à rendre l'air incandescent.

Cet appareil a été décrit dans un rapport fait à l'Institut le 17 floréal an 12 par MM. Charles et Fourcroy; la pompe du fusil à vent en est la principale pièce. On sait que cette pompe est composée d'un canon de fer et d'un piston mobile, que deux vis placées à l'extrémité du canon empêchent d'en sortir; au-dessous de ces vis le canon est percé d'un trou par lequel il se remplit d'air atmosphérique; pour charger le fusil à vent, on visse le canon sur la culasse; pour rendre l'air incandescent, on le ferme par une virole, dont le fond, en verre un peu épais, est ajusté comme l'oculaire d'une lunette; ayant ainsi disposé la pompe, on comprime l'air dans l'intervalle qui sépare l'extrémité du piston du fond de la virole; on en exprime, pour ainsi dire, le calorique, qui se manifeste à travers la glace sous la forme de lumière (1). Le succès de cette expérience dépend de la promptitude avec laquelle on opère la compression; elle réussit constamment, lorsqu'on réduit le volume d'air contenu dans le canon au $\frac{1}{30}$ en un tems très-court comme de $\frac{1}{4}$ à $\frac{1}{5}$ de seconde; en plaçant un peu d'amadou dans l'intérieur de la virole, il s'y enflamme; le métal fusible de Darcet s'y fond et se projette sur les parois de la virole.

D'après le rapport de MM. Charles et Fourcroy, c'est un ouvrier de St.-Etienne, M. Chauvin, qui a le premier remarqué cette propriété de l'air fortement et subitement comprimé, de pouvoir allumer un corps combustible; M. Mollet, professeur de physique à Lyon, en a informé l'Institut le 28 brumaire an 12.

Nicholson, dans son Journal de Physique, novembre 1802, rapporte des observations qui s'accordent avec l'expérience de M. Mollet. Dalton avoit observé qu'un thermomètre placé sous un récipient dans lequel on dilatoit et on comprimoit l'air, varioit sensiblement, et après s'être assuré que cette variation ne dépendoit pas du changement de volume dans l'enveloppe de la liqueur thermométrique, il chercha les moyens de la déterminer exactement; pour y parvenir, il tint compte du tems que le thermomètre avoit mis à s'élever et à s'abaisser, ensuite il chercha à quelle température devoit être l'air atmosphérique, pour qu'en y plongeant

(1) Il seroit possible que la lumière qu'on a observée dans les baromètres provint de la réduction spontanée de l'espace qui est vide ou presque vide d'air, et qui ne l'est pas de calorique.

le thermomètre il s'élevât ou s'abaissât dans le même tems du même nombre de degrés, et il trouva que l'air atmosphérique à 10° *R.* de température, dont la densité étoit doublée par la compression, s'élevoit en température d'environ 22 degrés *R.*

M. Pictet avoit aussi constaté l'élévation de température, lorsqu'on comprime l'air, et l'abaissement lorsqu'on le dilate.

Du syphon à écoulement dans le vide.

Soit un syphon à deux branches cylindriques verticales, réunies par une troisième branche horisontale de même forme; nommons H la longueur de la plus grande branche, h celle de la plus petite, P la pression de l'atmosphère, et supposons qu'on ait rempli le syphon d'un liquide tel que le mercure : le poids du mercure contenu dans la petite branche sera $a\,\pi\,h$, a étant la section intérieure faite perpendiculairement à la longueur du syphon, et π la pesanteur spécifique du mercure; par la même raison $a\,\pi\,H$ sera le poids du mercure contenu dans la plus longue branche; prenant pour P la hauteur de la colonne de mercure dans le baromètre, le liquide renfermé dans la petite branche sera soulevé par une force égale à $a\,\pi\,(P-h)$; celui contenu dans la plus longue branche descendra avec une force égale à $a\,\pi\,(H-P)$; si cette dernière force est plus grande que la première, et si de plus les extrémités des branches du syphon plongent dans le mercure, il y aura interruption dans le liquide et écoulement dans le vide; la condition, pour que cet effet ait lieu, sera exprimée par cette inégalité :

$$a\,\pi\,(H-P) > a\,\pi\,(P-h) \text{ ou } H+h>2P;$$

Le syphon construit pour l'Ecole, et qui satisfait à cette condition, est formé d'un tube de verre d'un petit diamètre d'environ 6 pieds de long; il est coudé, et ses deux branches sont à-peu-près parallèles; la plus courte a de 26 à 27 pouces; chaque branche est terminée par un petit robinet en fer. Pour mettre ce syphon en action, on commence par le remplir de mercure, et après avoir fermé les deux robinets, on les plonge dans des vases contenant du mercure; à l'instant où l'on ouvre ces robinets, le vide se forme dans la grande branche à partir du point le plus élevé, et comme l'extrémité de cette branche plonge dans le mercure, le liquide s'y élève à une hauteur égale à celle du baromètre; ensuite l'écoulement a lieu, et le liquide, en sortant de la courte branche pour se jetter dans la plus longue, se divise, et traverse le vide formé dans cette dernière blanche.

Cette nouvelle forme de syphon offre l'image du mouvement dans le vide, et peut servir à faire comprendre la théorie de cet instrument, qui n'a, je crois, encore été exposée complettement dans aucun ouvrage de mécanique. H. C.

Du bélier Hydraulique de Montgolfier.

Cette machine a été décrite par son inventeur dans le Journal des Mines, n°. 73, vol. 13; sa construction est fondée sur l'accélération de vîtesse d'une masse liquide tombant dans un tuyau, et sur la communication de ce mouvement à une autre masse liquide animée d'une vîtesse moindre que la première. On sait qu'un corps grave, en tombant dans le vide, parcourt 4,9 mètres dans la première seconde; une colonne liquide qui tombe sans frottement dans un tube vertical où l'on a fait le vide, parcourt le même espace dans le même tems, et son mouvement est uniformément accéléré; en supposant ce tube entretenu constamment plein, et en ayant égard au frottement du fluide contre lui-même et contre les parois du tube qui le contient, le mouvement est tel que, quoiqu'il cesse d'être uniformément accéléré, la vîtesse de la colonne d'abord nulle, arrive par degrés à son *maximum*, en un tems plus ou moins long, que l'expérience fait connoître; ce tems dépend des dimensions et de la forme du tube, qui peut être droit ou incliné, continu ou discontinu; le fluide qu'il contient ayant acquis une certaine vîtesse, il en résulte une quantité de mouvement; l'objet du bélier hydraulique est de communiquer une partie de ce mouvement à la masse d'eau qu'il s'agit d'élever.

Pour comprendre cette machine, qu'on se représente deux tuyaux cylindriques de diamètres égaux, l'un horisontal et l'autre vertical, assemblés à angles droits; on les remplit d'eau, et on les entretient constamment pleins; l'orifice du tuyau horisontal étant fermé, l'eau est dans l'état de repos; à l'instant où elle peut s'écouler par l'orifice du tuyau horisontal, sa vîtesse d'abord nulle s'accélère, et après un certain tems arrive au maximum; ce tems dépend et de la longueur du tuyau vertical, qui est, suivant l'expression de Mongolfier, la colonne active, et de la longueur du tuyau horisontal, qui est la colonne passive, et enfin des frottemens.

Deux soupapes ajoutées au tuyau horisontal composent toute la machine; la colonne active est entretenue constamment pleine par une source; la colonne passive est terminée par une soupape (S) qui reste ouverte lorsque l'eau du bélier est en repos, et qui se ferme par l'action de cette eau mise en mouvement; cette même colonne reçoit près de la soupape (S) le tuyau par lequel doit s'élever une portion de l'eau fournie par la source; ce tuyau ascendant communique à la colonne passive par une soupape S' qui reste fermée dans l'eau en repos, et qui s'ouvre par l'action de l'eau mise en mouvement.

Voici maintenant le jeu de la machine : au premier instant, les soupapes S et S' sont, l'une ouverte, et l'autre fermée; l'eau du bélier s'écoulant par la soupape ouverte, acquiert après un tems

fini une vîtesse finie ; alors la soupape *S* se ferme, la force qui résulte d'une colonne d'eau en mouvement arrêtée brusquement, agit dans tous les sens, et oblige la soupape *S'* à s'ouvrir; l'eau s'élève par cette soupape dans le tuyau ascendant ; sa vîtesse décroît, et lorsqu'elle est presque nulle, *S'* se ferme; *S* s'ouvre de nouveau ; l'eau du bélier acquiert en s'écoulant la vîtesse primitive, et le jeu de la machine recommence; pour rendre l'écoulement par le tuyau ascendant continu, on place entre la soupape *S'* et l'extrémité du tuyau ascendant un réservoir d'air qui est comprimé, lorsque cette soupape *S'* est ouverte, et qui agit par son ressort, lorsqu'elle est fermée.

Chaque fois que la soupape *S* se ferme, on entend un bruit semblable à celui d'un coup de marteau, ce qui donne un moyen de connoître combien de fois elle se ferme en un tems donné.

On conçoit que le mécanisme des deux soupapes *S* et *S'* et du réservoir d'air peut être appliqué à l'extrémité du bélier, de quelque forme qu'il soit, et qu'en changeant cette forme le jeu de la machine reste le même ; néanmoins on doit observer que la figure du bélier n'est pas indifférente pour en obtenir les plus grands effets ; le jeu des soupapes, qui s'ouvrent et se ferment alternativement, exige un certain tems, et pour gagner ce tems, la forme d'équerre qu'on a supposée à la machine, paroît la plus convenable.

Pour juger du mérite d'une machine hydraulique, il faut avoir égard à son produit, à la dépense de l'établissement et aux frais d'entretien ; sous les deux derniers rapports, l'avantage du bélier hydraulique sur toutes les autres machines n'est pas constaté; quant au produit, on en jugera par les expériences que nous allons rapporter, et dont nous certifions l'exactitude.

Dans toute machine hydraulique la dépense est la quantité d'eau qui s'écoule de la source, multipliée par la hauteur dont elle tombe avant d'agir sur la machine ; le produit est la quantité d'eau qui s'écoule de la source, multipliée par la hauteur à laquelle on l'a élevée. En appliquant cette règle à la machine actuelle de Marly, les eaux de la Seine étant au plus bas, et toutes les autres circonstances étant le plus favorables possible, la dépense est au produit comme 60 est à 1.

Expérience faite à Avilly, près Senlis, chez M. Turquet, blanchisseur.

La source qui met le bélier hydraulique en action, a 3 pieds 2 pouces de chûte.

La dépense du bélier en 3 minutes est de 1639 litres d'eau ; le produit dans le même tems est de 268 litres élevés à 14 pieds 2 pouces; en calculant ce produit d'après ces données, et prenant le nombre 100 pour la dépense, il est égal à 62.

Rapport de la dépense au produit 100 : 62.

Expérience faite sur le bélier de l'Ecole Polytechnique, le 17 messidor an 12.

La hauteur de la chûte est 1 mètre 82, celle de l'ascension-de 11 m. 66, le tuyau de la colonne active a 0,054 m. de diamètre; il est fixé sur le fond d'un vase de figure ovale; le tuyau de la colonne passive a aussi 0,054 m. de diamètre et 10 mètres de longueur; le tuyau ascendant est en fer blanc, de 0,02 m. de diamètre intérieur et de 11 m. 66 d'élévation; sa longueur totale est de 32 m. 66. La soupape d'écoulement (*S*) se fermoit de 40 à 42 fois par minute.

Eau tombée en 10 minutes. . . . . 493,7 litres.
Eau élevée pendant le même tems à 11 m. 66. . 51,8.

Il suit d'après ces données que la dépense est au produit :: 100 : 45.

Expérience faite sur le bélier de M. Mongolfier, rue des Juifs, n°. 18.

La chûte est de 2 m. 6; la colonne active a 0,108 m. de diamètre; la colonne passive a 0,054 m. de diamètre et 10,4 de longueur. La conduite d'élévation, y compris le tuyau ascendant, est de 29 m. de longueur; son diamètre intérieur est de 0,027 m.; la hauteur à laquelle on élève les eaux est de 16,06 m.

La soupape d'écoulement (*S*) se fermoit 104 fois par minute.
Eau dépensée en 10 minutes. . . . 676 litres.
Eau élevée dans le même tems. . . . 624.

Il suit de cette expérience, que la dépense est au produit :: 100 : 57.

En prenant la moyenne de ces trois expériences, la dépense d'eau dans le bélier hydraulique est au produit de cette machine dans le rapport de 100 à 54.

CRISTALLISATION DU *LAPIS LAZULI* (*lazulite* Haüy), *découverte par MM.* Clément et Desormes.

Le *lapis lazuli* a intéressé les naturalistes de tous les tems, mais cette pierre étoit restée pour eux un objet de doute sous le rapport, si essentiel, de la forme cristalline qui lui est propre.

M. Haüy, dans son Traité de minéralogie, vol. 3, pag. 149, dit : *il seroit plus facile de déterminer le vrai type de ce minéral, si on le trouvoit sous des formes cristallines qui permissent à la minéralogie de concourir avec la chimie à cette détermination.*

Deux chimistes, M. Desormes, répétiteur à l'Ecole polytechnique, et M. Clément son ami, ont répondu au vœu du minéralogiste; ils ont découvert un cristal de *lazulite* qu'ils m'ont fait voir sur sa gangue, et dont ils ont cru pouvoir rapporter la forme au dodécaèdre à plans rhombes.

Pour confirmer leur opinion à cet égard, je n'ai eu qu'à rapprocher ce cristal d'un grenat dodécaèdre du même volume ; il m'a été facile d'y reconnoître une parfaite ressemblance, tant dans le nombre que dans la disposition des faces et dans les angles, soit des rhombes eux-mêmes, soit de leurs inclinaisons respectives.

Le cristal qui fait l'objet de cette notice, a environ 6 millimètres de côté mesuré sur la grande diagonale des rhombes ; il présente dans sa cassure les caractères connus du *lapis*, et la vue simple découvre dans son intérieur le mélange, indiqué par Haüy, de carbonate de chaux et de grains de sulfure de fer. Ce cristal et le morceau dont il a été détaché, ont été mis sous les yeux des élèves dans la leçon de chimie minérale du 8 floréal, par M. Guyton.

J'observe que me défiant de la réalité d'un lazulite véritablement cristallisé, je me suis fait la question, si la forme qui m'étoit présentée ne pourroit pas être due à une empreinte ou à un moule fourni par une autre matière ; mais l'examen le plus scrupuleux ne m'a rien fourni qui donnât quelque fondement à cette hypothèse, et probablement quelqu'autre hasard heureux confirmera cette première observation.

Pesanteur spécifique.

Du cristal de lazulite qui fait l'objet de cette notice.	2,333
Du lazulite, suivant Haüy	2,767 à 2,945.
Du grenat rhomboïdal mentionné plus haut. . .	3,400
Du grenat, suivant Haüy.	3,557 à 4,188.

LERMINA.

Le rapport sur la situation de l'Ecole polytechnique en l'an 12, présenté au Ministre de l'intérieur par le conseil de perfectionnement, a paru imprimé, et a été distribué dans le courant de floréal.

M. Hassenfratz, professeur de physique à l'Ecole polytechnique, a publié, cette année, la première partie d'un ouvrage intitulé : *Traité de l'art du charpentier*, approuvé et adopté par l'Institut national, pour faire suite aux Arts et métiers, publiés par l'Académie des sciences.

Il est divisé en six parties ; la première traite des bois, de leur croissance, de leurs propriétés, du travail qu'ils éprouvent avant d'être employés en charpente, et de leur transport aux lieux de consommation.

§ II.

ÉVÉNEMENS PARTICULIERS, ET ANECDOTES.

En nivose dernier, d'après la demande du Ministre de la marine, dix élèves de l'École, choisis régulièrement par le jury d'admission aux services publics, ont été envoyés à Boulogne pour suivre les travaux sous les ordres de l'ingénieur de la marine.

Ces dix élèves sont :

MM. Audoy, Daniel et Hamart, se destinant au génie maritime ;

MM. Grétry, Mialhe, Pion, Plessis, Navier, Robillard, Vaissière, se destinant au génie des ponts et chaussées.

Dans un rapport fait au Premier Consul, le Ministre de l'intérieur observoit que l'École polytechnique ayant pour but exclusif de fournir des sujets aux écoles d'application pour les divers services publics, et que le nombre des élèves reçus n'étant point à cet égard au-dessus des besoins, il n'étoit pas possible de trouver parmi ces élèves des sujets pour servir dans l'armée en qualité d'officiers ; mais il a rappelé en même tems, que parmi les candidats qui se présentent aux examens, il s'en trouve, chaque année, un nombre considérable que le jury regrette de ne pouvoir admettre, et qu'il recommande à la bienveillance du Gouvernement, comme très-capables de le servir utilement dans les armées. Le Consul adoptant cette proposition a décidé de choisir des officiers parmi ces sujets intéressans.

En conséquence de cette disposition, le Ministre de la guerre a adressé des lettres de sous-lieutenans dans les troupes de ligne à sept candidats compris sur la liste supplémentaire du jury de l'an 12.

Les candidats nommés sous-lieutenans, sont :

MM. Mathieu... 9e. régiment d'infanterie de ligne.
Rossignol.. 10e. *idem.*
Méquin.... 3e. régiment d'infanterie légère.
Candie..... 14e. *idem.*
Rivarol.... 45e. régiment d'infanterie de ligne.
Mazier..... 43e. *idem.*
Coutier..... 69e. *idem.*

M. Segond (Anne-Joseph-David) élève admis à l'école du génie de Metz, et l'un des 30 tirés de l'Ecole polytechnique en messidor

an 11 pour le service de la marine, étoit employé à Mézières à la construction de 4 chaloupes canonnières; le 14 pluviose, une barque chargée de 18 ouvriers de son chantier chavire dans un bras de la Meuse; les cris des malheureux appellent à leur secours; Segond s'élance dans l'eau, et parvient à ramener successivement au rivage 9 de ces ouvriers; six ont été sauvés par leurs camarades : trois ont péri.

Dix jours auparavant, il étoit tombé à l'eau, par un accident semblable avec le cit. Crépy, entrepreneur; Segond, en se sauvant lui-même, avoit sauvé son compagnon, qu'il avoit saisi sous les flots et ramené à bord.

Admis à la cérémonie qui a eu lieu aux Invalides le dimanche 26 messidor, pour la prestation de serment de la légion d'honneur, les élèves étoient placés dans une tribune au-dessus des anciens militaires invalides. Ce contraste touchant avoit déja frappé tous les regards, lorsqu'un acte de piété filiale de la part de l'un des élèves, couronné par un acte de clémence de l'Empereur, a rempli le cœur de tous les élèves d'une reconnoissance qui s'est manifestée par les plus vives expressions d'un sentiment justement exalté.

MM. L. Monge, Lévêque, Biot, Maurice et Dinet ont été nommés examinateurs pour le concours d'admission à l'École, qui sera ouvert le 1er. complémentaire de l'an 12.

MM. Biot et Dinet sont anciens élèves de l'École.

---

§. III. PERSONNEL.

Relevé des élèves admis à l'École polytechnique, depuis son établissement, jusques et compris le mois de frimaire an 12.

An 3	391	élèves.
4	82	
5	113	
6	108	
7	143	
8	125	
9	75	
10	110	
11	117	
12	139	
Total des élèves admis à l'École polytech.	1,403	

Dans les nos. suivans il sera donné la liste nominative de la totalité des élèves admis dans les 9 premières promotions, afin de former, avec la liste insérée au no. 1 des élèves admis en l'an 12, un tableau complet de tous les individus qui ont fait et feront par la suite partie de l'École. Ces listes seront accompagnées de notes intéressantes qu'on aura pu se procurer sur chacun des élèves.

Additions à la liste d'admission à l'École pour l'an 12.

M. Sthème (Jacques) né le 15 juillet 1782, à Verdun, département de la Meuse.

M. Brun (Joseph-Antoine) né le 21 juillet 1781 à Chambéry, département du Mont-Blanc.

M. Thenard (Louis-Jacques), répétiteur de chimie à l'École depuis le 1er. nivose an 7, a été nommé, en germinal dernier, professeur de chimie au collège de France, à la place vacante par la démission de M. Vauquelin.

M. Terquem (Olry) élève, entré à l'École en brumaire an 10, exerçant les fonctions de répétiteur d'analyse depuis le 19 brumaire an 12, a été nommé professeur de mathématiques transcendantes au lycée de Mayence.

M. Mary-Vallée (Amand-Constant), élève de l'École depuis nivose an 7, jusqu'au 1er. frimaire an 11, a été nommé professeur de mathématiques au lycée de Caen, en pluviose an 12.

Explication des figures. — Planche I.

Fig. I. Voyez la page 20.

Fig. II. Bélier hydraulique, établi dans le jardin de l'École polytechnique.

PP colonne passive.

S soupape d'écoulement; sa tige passe dans une virole, un foible ressort *rr* formé par un fil de cuivre, plié en spirale, la tient ouverte dans l'eau en repos; elle se ferme de haut en bas, par l'action de l'eau en mouvement.

S' soupape de communication entre le tuyau ascendant *TM*, et la colonne passive *PP*; elle s'ouvre de bas en haut.

R réservoir d'air destiné à rendre continu l'écoulement par le tuyau ascendant *TM*.

VV fond du tuyau par lequel s'écoule l'eau qui s'échappe par la soupape *S*.

Un décret impérial vient d'organiser militairement l'École polytechnique. Ce décret n'est pas encore publié, mais le choix déjà fait du Gouverneur prouve que S. M l'Empereur a l'intention bien prononcée de conserver et perfectionner l'établissement, puisqu'il l'a confié aux soins d'un savant, qui réunit le génie des arts au génie de l'administration, qui fait journellement ses preuves dans tous les genres, et qui, en outre, n'a cessé de protéger efficacement l'École dans toutes les circonstances.

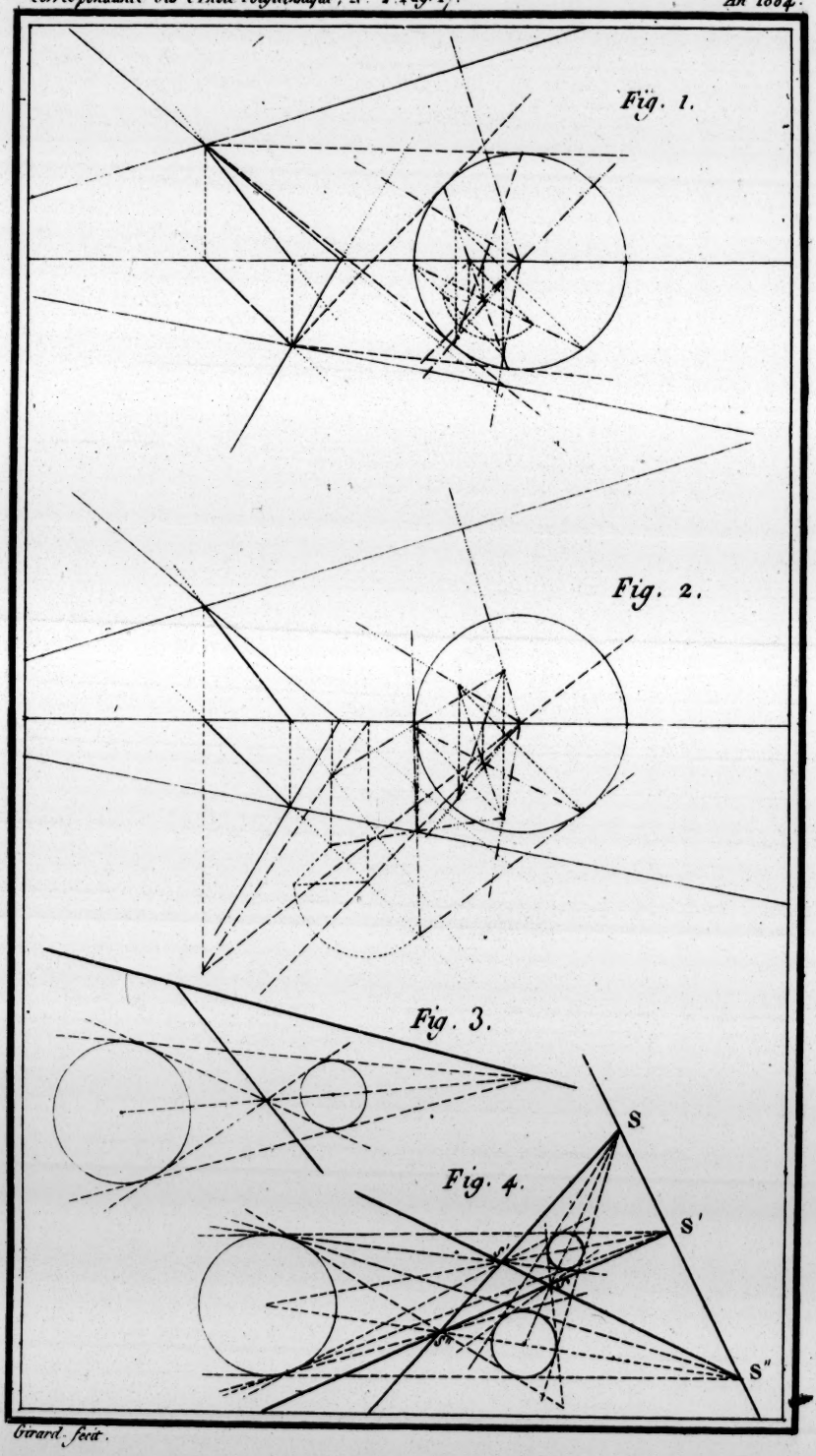
Explication de la Planche supplémentaire du N°. 2 de la Correspondance.

M. Monge a donné dans sa Géométrie descriptive la solution du problème *Mener un plan tangent à une sphère par une droite donnée hors de cette sphère?* Il a supposé le centre de la sphère placé d'une manière quelconque par rapport aux plans de projections; mais dans l'épure gravée, qui fait partie du Cours de géométrie descriptive de la première année d'études de l'École Polytechnique, le centre de la sphère est placé sur la droite intersection des plans de projections : cette circonstance modifie la solution donnée par M. Monge. Les *Figures* I et II de la planche supplémentaire indiquent les constructions pour ce cas particulier. Dans la figure II on détermine les points de contact de la sphère et du plan, en menant par le centre de la sphère un plan perpendiculaire à la droite donnée. Dans la figure I on regarde les points où la droite donnée perce les plans de projections comme les sommets de deux cônes circonscrits à la sphère, et qui la touchent suivant deux cercles. On détermine la droite intersection des plans de ces cercles; par cette droite qui joint les points de contact de la sphère, on mène un plan qui coupe la sphère suivant un grand cercle; les points communs à ce dernier cercle et à la droite qui unit les deux points de contact, sont les points de contact mêmes.

La figure III indique comment on mène un plan tangent à deux sphères par un point donné hors de ces sphères, et fait voir que ce problème a quatre solutions.

La figure IV est relative à la solution du plan tangent à trois sphères, que j'ai donnée dans le N°. 2 de la Correspondance, p. 17; les droites $SS'S''$,.....$Ss's''$.....$S'ss''$.....$S''ss'$ (page 18) sont désignées dans cette figure par les mêmes lettres; S, S', S'' sont les sommets des cônes extérieurs circonscrits, et s, s', s'' les sommets des cônes intérieurs circonscrits aux mêmes sphères.

H.



Girard. fecit.

C
d
2.

Fig. 1.ere

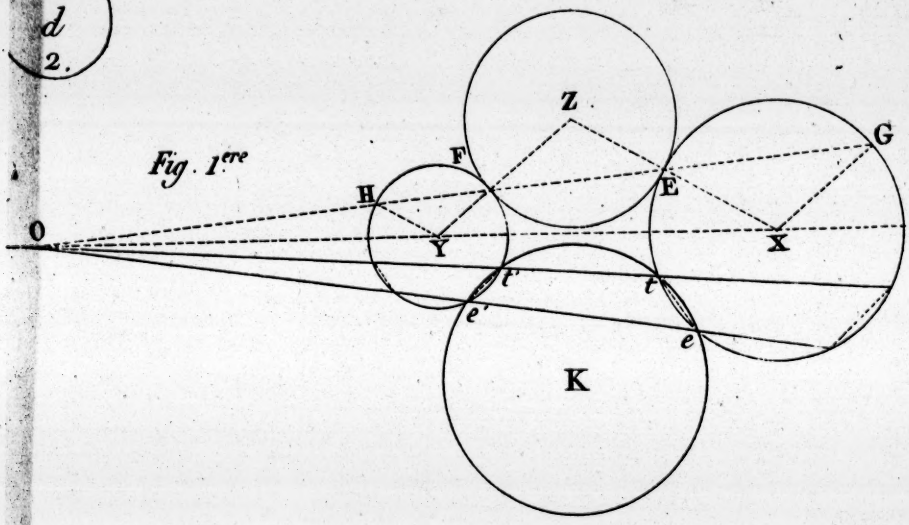
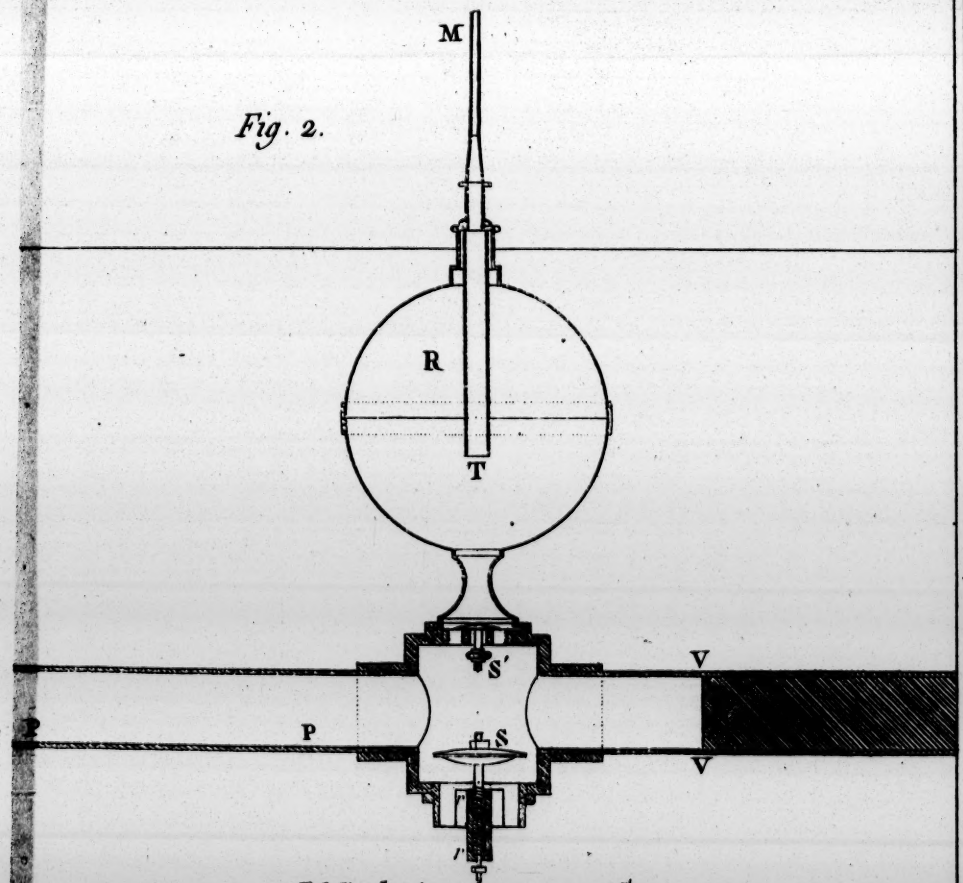


Fig. 2.



Echelle de 15 Centimètres pour Mètre.

1 2 3 4 5 Decimetres.